Guía de preguntas

Clase 6: Teorema de Gauss-Markov e Inferencia en el modelo lineal general.

1. En la página 7 de las filminas, el supuesto 2 dice que $VarCov(u) = \sigma^2 I_n$. ¿Por qué decimos que esto implica suponer homocedasticidad y también ausencia de correlación serial?
2. En la página 8 de las filminas se introduce la siguiente notación: A_{kl} es el elemento en la fila k y columna l de la matriz $(\mathrm{X'X})^{-1}$. Con esa notación, ¿cuál es la expresión para la varianza de $\hat{\beta}_2$? ¿y cuál es la expresión para la covarianza entre $\hat{\beta}_2$ y $\hat{\beta}_5$? ¿y cuáles son las expresiones para los estimadores de esa varianza y de esa covarianza?
3. En la página 10 de las filminas se presenta un ejemplo para K=2. Se pide desarrollar un ejemplo similar, pero para K=3: (i) Desarrollar la expresión $c'\hat{\beta}$; notar que se trata de una variable aleatoria unidimensional. (ii) obtener la expresión para la varianza de $c'\hat{\beta}$ mediante el desarrollo de la forma cuadrática de $c'VarCov(\hat{\beta})c$. (iii) Reescribir esa expresión usando la notación del punto (b). (iv) Obtener la expresión para la varianza estimada de $c'\hat{\beta}$ si los elementos del vector c son los siguientes: $c_1 = 0,\ c_2 = 1, c_3 = 120$.
4. Para K=2, mostrar que la definición semipositiva de $VarCov(\tilde{\beta}) - VarCov(\hat{\beta})$ implica que la varianza de cualquiera de los $\hat{\beta}_k$ con k=1, 2 (o de cualquier combinación lineal de los $\hat{\beta}_k$) es menor o igual que la varianza de cualquiera de los $\tilde{\beta}_k$ (o de la correspondiente combinación lineal).
5. ¿Por qué en (4) decimos "menor o igual"? ¿En qué caso serían iguales?
6. En la página 14 de las filminas, aparece la matriz COV($\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$). ¿Qué dimensión tiene esa matriz y cuáles son los elementos que la componen? Tal vez ayude si empezás pensando en el caso de K=1, luego K=2 y recién después generalizás para cualquier K.
7. Al final de la página 14 dice que si probamos que COV($\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$)=0 probaremos el teorema, ¿por qué? Asegurate también de entender los porqués de la página 15.
8. Si en el modelo lineal general se cumplen todos los supuestos clásicos y tenemos, por un lado, a $\hat{\beta}$ que es el vector de estimadores MCO. También tenemos otro vector de estimadores insesgados, al que llamamos $\breve{\beta}$. ¿Cuál tiene menor varianza?
9. Explicar por qué el supuesto de normalidad del término aleatorio del modelo implica que el vector de estimadores MCO $\hat{\beta}$ tiene distribución normal multivariada.
10. En la página 19 de las filminas se presentan varios casos particulares de hipótesis nulas simples. ¿Cuál es el vector c y el número r que corresponden a cada caso?
11. De la página 20: prestar mucha atención en que $\hat{\beta}$ tiene distribución normal multivariada mientras que c'$\hat{\beta}$ tiene distribución normal univariada. Asegurate de entender la diferencia y el por qué.
12. Con relación a lo que se explica en la página 22 de las filminas, asegurate de entender por qué decimos que el vector c "selecciona" algunas filas y columnas de la matriz

$(X'X)^{-1}$. Para eso, puede ayudar concentrarse otra vez en un caso simplificado, por ejemplo, para K=3. Escribir la matriz $(X'X)^{-1}$ usando la notación que vimos en la página 8, es decir, llamar A_{kl} al elemento en la fila k y columna l de la matriz $(X'X)^{-1}$. Luego desarrollar el producto $c'(X'X)^{-1}c$. Notar que si $c_1 = 1\ y\ \ c_2 = c_3 = 0$ ese producto da por resultado A_{11}, es decir, el elemento de la fila 1 y columna 1 de $(X'X)^{-1}$. Probar con $c_2 = 1\ y\ \ c_1 = c_3 = 0,\ \ y\ con$ si $c_3 = 1\ y\ \ c_1 = c_2 = 0$. Después probar con vectores que "seleccionan" más de una fila/columna. Por ejemplo, $c_1 = 1\ y\ \ c_2 = -1\ y\ c_3 = 0$.

13. Respecto del test de significatividad global (página 24 de las filminas). ¿Qué decimos acerca del modelo propuesto si no podemos rechazar la hipótesis nula? ¿Y si podemos rechazarla?

14. Intuitivamente, ¿por qué un valor más alto del estadístico F de la página 24 nos hace sospechar que la hipótesis nula es falsa?

15. Misma pregunta anterior, pero con relación al estadístico F de la página 26. Cuidado que en el video la profesora dice algo al revés en la explicación de esta filmina.

16. En la página 31 del ejemplo empírico: ¿cuál es el mínimo nivel de significatividad que permite rechazar la hipótesis nula de que las horas al cuadrado no son significativas?

17. Responder las últimas 2 preguntas de la página 36.

18. Decir qué test aplicarías para evaluar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "lo único que puede explicar el número de materias aprobadas son las horas de estudio".